Scheda di Matematica per allievi iscritti alla classe prima.
Ripasso delle competenze di base – TEORIA ed ESERCIZI

1) Insieme N dei numeri naturali

Ripasso delle proprietà delle potenze

PROPRIETÀ	ESEMPIO
1. Prodotto di potenze con la stessa base Il prodotto di potenze con la stessa base è una potenza che ha la stessa base e come esponente la somma degli esponenti. $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$	$5^3 \cdot 5^4 = 5^{3+4} = 5^7$ stessa base somma degli esponenti
2. Quoziente di potenze con la stessa base Il quoziente di potenze con la stessa base è una potenza che ha la stessa base e come esponente la differenza degli esponenti. $a^m : a^n = a^{m-n}$, con $a \neq 0$ e $n \leq m$.	$12^5 : 12^3 = 12^{5-3} = 12^2$ stessa base differenza degli esponenti
3. Potenza di potenza La potenza di una potenza è una potenza che ha la stessa base e come esponente il prodotto degli esponenti. $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$	$(4^3)^2 = 4^{3 \cdot 2} = 4^6$ stessa base prodotto degli esponenti
4. Prodotto di potenze con lo stesso esponente Il prodotto di potenze con lo stesso esponente è una potenza che ha lo stesso esponente e come base il prodotto delle basi. $a^m \cdot b^m = (a \cdot b)^m$	$4^2 \cdot 5^2 = (4 \cdot 5)^2 = 20^2$ prodotto delle basi stesso esponente
5. Quoziente di potenze con lo stesso esponente Il quoziente di potenze con lo stesso esponente è una potenza che ha lo stesso esponente e come base il quoziente delle basi. $a^m : b^m = (a : b)^m$, con $b \neq 0$ e a divisibile per b.	$6^2 : 3^2 = (6 : 3)^2 = 2^2$ quoziente delle basi stesso esponente

Ricorda che: $a^1 = a$ e $a^0 = 1$, con $a \neq 0$.

Esercizio svolto

I FONDAMENTALI — **PROVA TU** fai un esercizio simile interattivo

Risolvere espressioni con le proprietà delle potenze

Calcoliamo $[(3^{10} : 3^3) \cdot 2^7] : \{(24^5 \cdot 24) : [(2^3 - 2^2)^2]^3\}$.

$[(3^{10} : 3^3) \cdot 2^7] : \{(24^5 \cdot 24) : [(2^3 - 2^2)^2]^3\} =$ prima e seconda proprietà

$(3^7 \cdot 2^7) : \{24^6 : [(2^3 - 2^2)^2]^3\} =$ quarta proprietà

$6^7 : \{24^6 : [(2^3 - 2^2)^2]^3\} =$ calcoliamo le potenze tra parentesi tonde

$6^7 : \{24^6 : [(8 - 4)^2]^3\} =$ calcoliamo la differenza

$6^7 : \{24^6 : (4^2)^3\} =$ terza proprietà

$6^7 : \{24^6 : 4^6\} =$ quinta proprietà

$6^7 : 6^6 =$ seconda proprietà

6

Non conviene calcolare le potenze: individuiamo fin dal primo passaggio dove è possibile applicare le proprietà delle potenze.

Esercizi sulle proprietà delle potenze in N

$[(2^6 : 2^5)^3 : 2^2 \cdot 2^4 - 2] : (3 \cdot 5)$ [2]

$[(2 + 1)^4 \cdot 2^7 \cdot 3^3] : (6^{10} : 6^8)^3 - 6$ [0]

$(3^3)^6 : (3^3)^2 \cdot [(3^2)^7 : (3^4)^2] : (3^3)^5$ [27]

$5^3 \cdot [(5^2)^4 : 5] : [(5^2)^3 \cdot (5^2)^2]$ [1]

$[(2^3)^3]^3 : \{[(4^2)^3]^2 : 4\}$ [32]

$[(2^2)^3]^2 : [(2^5 \cdot 2^5) : (2^4 \cdot 2^0)] - 8^2$ [0]

$[(4^3 + 6^2) : (5^6 : 5^3 : 5) + (2 \cdot 3^3 - 7^2)]^2$ [81]

$(3^2)^5 : 3^8 \cdot 3 - [(5^2)^5 : 5^8 : 5]^2 + 3[(5^4 : 5)^0]^5$ [5]

$\{7^5 \cdot 7^3 : 7^6 + [2^0 + (3^2)^3 - 3^5 \cdot 3]^5\}^3 : 25^3$ [8]

M.C.D. (Massimo Comun Divisore) e m.c.m. (minimo comune multiplo)

Esercizio svolto

MCD e mcm

I FONDAMENTALI — **PROVA TU** fai un esercizio simile interattivo

Calcolare MCD e mcm con la scomposizione in fattori primi

Mediante la scomposizione in fattori primi, determiniamo il MCD e il mcm dei numeri 140 e 168.

1. **Scomponiamo i numeri in fattori primi.**
   $140 = 2^2 \cdot 5 \cdot 7$; $168 = 2^3 \cdot 3 \cdot 7$.
2. **Mettiamo in colonna e individuiamo i fattori primi del MCD e del mcm.**

$$\begin{array}{rll} & 140 & = 2^2 \cdot \ 5 \cdot 7 \\ & 168 & = 2^3 \cdot 3 \cdot \ 7 \\ \text{divisore comune massimo} —— & \text{MCD} & = 2^2 \cdot \ 7 = 28 \\ \text{multiplo comune minimo} —— & \text{mcm} & = 2^3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 = 840 \end{array}$$

Il MCD è il prodotto dei fattori comuni, ciascuno preso con l'esponente più piccolo.
Il mcm è il prodotto di tutti i fattori, comuni e non comuni, ciascuno preso con l'esponente più grande.

Esercizi su M.C.D. ed m.c.m

M.C.D.(20, 36) e m.c.m.(20, 36) → M.C.D. = 4 e m.c.m. = 180

M.C.D.(96, 45) e m.c.m.(96, 45) → M.C.D. = 3 e m.c.m. = 1440

M.C.D.(12, 15, 60) e m.c.m.(12, 15, 60) → M.C.D. = 3 e m.c.m. = 60

M.C.D.(81, 54, 72) e m.c.m.(81, 54, 72) → M.C.D. = 9 e m.c.m. = 648

M.C.D.(36, 24, 54) e m.c.m.(36, 24, 54) → M.C.D. = 6 e m.c.m. = 216

M.C.D.(360, 270, 450) e m.c.m.(360, 270, 450) → M.C.D. = 90 e m.c.m. = 5400

2) Insieme Z dei numeri interi

Espressioni di numeri interi (relativi)

Come calcolare…	Segno	Valore assoluto	ESEMPI
… la somma di due interi concordi	è uguale a quello dei due addendi	è uguale alla *somma* dei valori assoluti dei due addendi	$(-4)+(-5) = -(4+5) = -9$ segno uguale a quello dei due addendi; valore assoluto uguale alla somma dei valori assoluti dei due addendi
… la somma di due interi discordi	è uguale a quello dell'addendo che ha valore assoluto maggiore	è uguale alla *differenza* fra il valore assoluto maggiore e quello minore dei due addendi	$(+2)+(-4) = -(4-2) = -2$ segno uguale a quello di −4 che, fra i due addendi, è quello di valore assoluto maggiore; valore assoluto uguale alla differenza dei valori assoluti dei due addendi
… il prodotto di due interi	è + se i due numeri sono *concordi*, è − se sono *discordi*	è uguale al *prodotto* dei *valori assoluti* dei due numeri	$(-3)\cdot(-7) = +(3\cdot 7) = +21$ segno + perché i due fattori sono concordi; prodotto dei valori assoluti dei due fattori
… il quoziente di due interi (divisibili in **Z**)	è + se i due numeri sono *concordi*, è − se sono *discordi*	è uguale al *quoziente* dei *valori assoluti* dei due numeri	$(-16):(+4) = -(16:4) = -4$ segno − perché i due numeri sono discordi; quoziente dei valori assoluti dei due numeri

Esercizio svolto

$$-6 - [(-32):(-8) + (-20+9+7):(-10+8)]:(-6+4) =$$
$$= -6 - [+4 + (-4):(-2)]:(-2) =$$
$$= -6 - [+4 + (+2)]:(-2) =$$
$$= -6 - [+6]:(-2) =$$
$$= -6 - (-3) =$$
$$= -6 + 3 = -3$$

Esercizi sulle espressioni in Z

$24 - \{[(8+3)-(5-8)] - [4-(6-13)-(2+16)-(7+8)]\}$ [-12] soluzione

$-6 + [-4 + (-5+7-8) + 1] + (-6-4+13)$ [-12] soluzione

$(+12):(-2) + [-4 + (-5+7-8) + 1]:(-2+8-7+4)$ [-9] soluzione

$-(-6):(-3) + (+14-8+3-5):(-2) + (-17+8-5):(-7)$ [-2] soluzione

$-3 - [-(+2)\cdot(+7) + (+16):(-2) + 3 - (-3-2) - (-7)\cdot(+2)]:(-2)$ [-3] soluzione

$[-2\cdot(-2) + 1 + 2\cdot(-2)]\cdot 10 + [-5\cdot(-8) - 5\cdot 4] - 15$ [15] soluzione

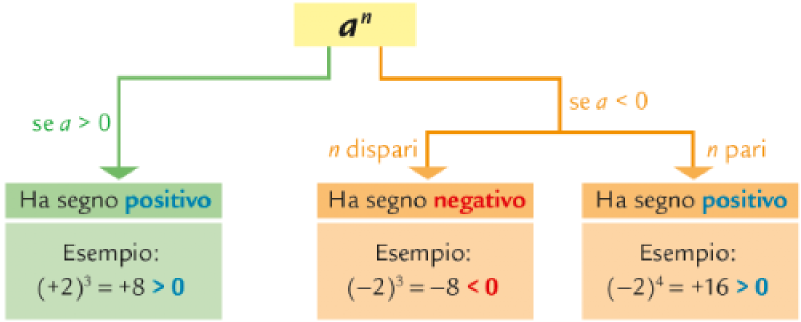
$-(+2) + (6+3-5):(-2) + (-9-5):(-7)$ [-2] soluzione

$-6 - [(-32):(-8) + (-4):(-2)]:(-2)$ [-3] soluzione

$3\cdot 2 + (8:4 - 9:3)\cdot 5 - (-6:2 - 44:4):(-7)$ [-1] soluzione

Esercizi svolti sulle potenze in Z

Definizione di potenza	Esempi
$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a \cdot a}_{n \text{ volte}}$ $\quad a \in \mathbf{Z}, \quad n \in \mathbf{N} \quad$ con $n > 1$	$(-3)^3 = (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) = (+9) \cdot (-3) = -27$ $(-2)^4 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = (+4) \cdot (+4) = +16$
$a^0 = 1 \quad a \in \mathbf{Z}, \quad$ con $\quad a \neq 0$	$(-10)^0 = 1$
$a^1 = a \quad a \in \mathbf{Z}$	$(-7)^1 = -7$



ESEMPIO

esponente pari

$(+7)^2 = +7^2$

$(-7)^2 = +7^2$ ——— il segno cambia

esponente dispari

$(+2)^5 = +2^5$

$(-2)^5 = -2^5$

ESEMPIO

▶ Semplifichiamo un'espressione applicando le proprietà delle potenze.

$(-6)^3 \cdot (-6)^2 : (-3)^5 + (+2)^8 : (+2)^6 \cdot 3^2 - (2^2)^3 =$ 1ª, 2ª e 3ª proprietà delle potenze

$(-6)^5 : (-3)^5 + (+2)^2 \cdot 3^2 - 2^6 =$ 4ª e 5ª proprietà delle potenze

$(+2)^5 + (+6)^2 - 2^6 =$ definizione di potenza

$+32 + 36 - 64 = +4$

Proprietà delle potenze

1. $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$
2. $a^m : a^n = a^{m-n}$ (con $m \geq n$, $a \neq 0$)
3. $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$
4. $a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$
5. $a^n : b^n = (a : b)^n$ (con $b \neq 0$ e $|a|$ multiplo di $|b|$)

I FONDAMENTALI

PROVA TU fai un esercizio simile interattivo

Applicare le proprietà delle potenze

Semplifichiamo $[(-36)^7 : (-36)^6 \cdot (-36)^2]^2 : [(+6)^6 \cdot (-3)^6]$.

$[\underline{(-36)^7 : (-36)^6} \cdot (-36)^2]^2 : [(+6)^6 \cdot (-3)^6] =$ seconda proprietà

$[\underline{(-36)^1 \cdot (-36)^2}]^2 : [(+6)^6 \cdot (-3)^6] =$ prima proprietà

$\underline{[(-36)^3]^2} : [(+6)^6 \cdot (-3)^6] =$ terza proprietà

$(-36)^6 : [\underline{(+6)^6 \cdot (-3)^6}] =$ quarta proprietà

$\underline{(-36)^6 : (-18)^6} =$ quinta proprietà

$(+2)^6] = +64$

Applichiamo le proprietà valide per i numeri naturali. Le basi delle potenze mantengono il loro segno.

Esercizi sulle potenze in Z

$[(3^2-2)^2-4]:(4^3-3^3+1-5^2-2^3)-(3\cdot 4^2-4\cdot 3^2):2$ [3]

$[(+3)^3+(-2)^5]^2+(-1)^{13}\cdot[(-7)^2\cdot(+3)^4]^0+[(-4)^3+(-2)^6]^5$ [+24]

$\{(-4)^4:(-4)^3+[(-3)^2\cdot(-6)^2]:9^2+2^3-3^2\}^5$ [−1]

$[(-5)^2]^3:[(-5)^3:(-5)^2]^4$ [25]

$(-6)^4:(-6)^2:(+3)^2$ [4]

$(-3)^4\cdot(-3)^3:(-3)^6$ [−3]

$(-5)^2\cdot(-5)^0\cdot(-5)^3:(-5)^4$ [−5]

$[(+4)^4\cdot(-3)^4]^2:(-2)^8$ [6^8]

$[(-7^4)^3:(-7)^5]:[(-7)^7:(-7)^2]$ [−49]

$[(-7)^3]^2\cdot(-7)^2:(-7)^6$ [49]

$\{[(-4)^2]^1\}^6:[(+2)^4]^3-(-8)^3\cdot(-2)^3$ [0]

$[(-7)^8\cdot(+7)^3:(+7)^4]:[(+7)^6:(+7)^3\cdot(-7)^4]$ [+1]

$\{[(-3)^2\cdot(+3)^3]^2:[(+3)^5\cdot(+3)^3]\}+[(24)^8:(-8)^8]:[(-3)^3]^2$ [+18]

3) Insieme Q dei numeri razionali

Espressioni di numeri razionali

Definizioni	Esempi
La **somma** di due numeri razionali non nulli espressi da frazioni **concordi** è espressa dalla frazione che ha **segno** uguale a quello dei due addendi e **valore assoluto** uguale alla somma dei loro valori assoluti.	$\left(-\frac{1}{2}\right)+\left(-\frac{2}{3}\right)=-\left(\frac{1}{2}+\frac{2}{3}\right)=-\left(\frac{3+4}{6}\right)=-\frac{7}{6}$
La **somma** di due numeri razionali (non opposti) espressi da frazioni **discordi** è espressa dalla frazione che ha: • **segno** uguale a quello dell'addendo che ha il valore assoluto maggiore; • **valore assoluto** uguale alla differenza fra il maggiore e il minore dei valori assoluti dei due numeri.	$\left(-\frac{1}{2}\right)+\left(+\frac{3}{2}\right)=+\left(\frac{3}{2}-\frac{1}{2}\right)=\frac{3-1}{2}=1$
La **differenza** fra due numeri razionali è uguale alla somma del primo con l'opposto del secondo.	$\frac{1}{3}-\left(-\frac{4}{3}\right)=\frac{1}{3}+\frac{4}{3}=\frac{1+4}{3}=\frac{5}{3}$
Il **prodotto** di due numeri razionali (non nulli) espressi da due frazioni è il numero razionale espresso dalla frazione che ha: • segno **positivo** se le due frazioni sono **concordi**, segno **negativo** se sono **discordi**; • **valore assoluto** uguale al prodotto dei valori assoluti dei due fattori.	$\left(-\frac{1}{3}\right)\cdot\left(-\frac{5}{4}\right)=+\left(\frac{1}{3}\cdot\frac{5}{4}\right)=+\frac{1\cdot 5}{3\cdot 4}=+\frac{5}{12}$ $\left(-\frac{1}{3}\right)\cdot\left(+\frac{6}{7}\right)=-\left(\frac{1}{3}\cdot\frac{6}{7}\right)=-\frac{1\cdot\cancel{6}^2}{\cancel{3}_1\cdot 7}=-\frac{2}{7}$

Esercizio guidato

$$\left[\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)\cdot\frac{3}{2}+\frac{5}{3}\right]:\left(-\frac{23}{3}\right)+\frac{1}{3}=$$

$=\left[\left(\dots\dots\right)\cdot\frac{3}{2}+\frac{5}{3}\right]:\left(-\frac{23}{3}\right)+\frac{1}{3}=$ **Esegui la sottrazione dentro la parentesi tonda**

$=\left[\dots\cdot\frac{\cancel{3}^1}{2}+\frac{5}{3}\right]:\left(-\frac{23}{3}\right)+\frac{1}{3}=$ **Esegui i calcoli e semplifica in croce**

$=\left[\dots+\frac{5}{3}\right]:\left(-\frac{23}{3}\right)+\frac{1}{3}=$ **Esegui la moltiplicazione**

$=\left[\dots\dots\right]:\left(-\frac{23}{3}\right)+\frac{1}{3}=$ **Esegui l'addizione nella parentesi quadra**

$=\frac{\cancel{23}^1}{\cancel{12}_4}\cdot\left(\dots\dots\right)+\frac{1}{3}=$ **Trasforma la divisione in moltiplicazione e semplifica**

$=\dots+\frac{1}{3}=$ **Esegui la moltiplicazione**

$=\dots\dots=\dots$ **Esegui l'addizione**

Esercizi sulle espressioni di numeri razionali

$\left[\left(-\frac{1}{2}\right)\left(-\frac{3}{2}\right)-\frac{1}{2}\right]\cdot\left(-\frac{2}{3}\right)+\frac{7}{6}$ $[1]$

$\left[\left(-\frac{2}{3}\right)\cdot\left(-\frac{15}{8}\right)+\frac{2}{3}-\frac{1}{6}\right]\left(-\frac{3}{14}\right)+\frac{7}{8}$ $\left[\frac{1}{2}\right]$

$\left[\left(-\frac{6}{5}\right)\left(+\frac{25}{9}\right)-\frac{1}{2}\right]:\left(-\frac{46}{9}\right)-\left(-\frac{1}{2}\right)\left(-\frac{1}{2}\right)+\frac{3}{2}$ $[2]$

$\left[\left(-\frac{5}{7}\right):\left(-\frac{30}{21}\right)+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right]:\left[\left(-\frac{1}{3}+\frac{1}{2}\right)-\left(2-\frac{3}{2}-\frac{1}{6}\right)\right]$ $[-4]$

$\left(\frac{5}{6}-\frac{1}{5}\right):\left(-\frac{19}{15}\right)-\left(-\frac{5}{8}\right):\left(\frac{1}{4}+1-\frac{3}{2}\right)-\left(\frac{16}{5}+\frac{3}{10}\right):\left(-\frac{7}{4}\right)$ $[-1]$

Esercizi sulle espressioni di numeri razionali con potenze

$\left[\left(-\frac{1}{2}\right)^2\left(-\frac{1}{2}\right)^3\right]^2:\left[\left(\frac{1}{2}\right)^2\right]^4$ $\left[\frac{1}{4}\right]$

$\left[\left(-\frac{1}{3}\right)^7:\left(-\frac{1}{3}\right)^4\right]^2:\left[\left(-\frac{1}{3}\right)\left(-\frac{1}{3}\right)^3\right]$ $\left[\frac{1}{9}\right]$

$\left\{\left[\left(\frac{7}{4}\right)^8\cdot\left(\frac{7}{4}\right)^4\right]:\left(\frac{7}{4}\right)^5\right\}^3:\left[\left(\frac{7}{4}\right)^3\cdot\left(\frac{7}{4}\right)\right]^5+\left(1+\frac{3}{4}\right)^5:\left(\frac{7}{4}\right)^4$ $\left[\frac{7}{2}\right]$

4) Monomi e polinomi

Espressioni di monomi

Operazione tra monomi	Procedimento per eseguirla	ESEMPI
Addizione e sottrazione	• Si possono semplificare solo somme algebriche in cui gli addendi sono monomi *simili*. • La somma (differenza) di due monomi *simili* è un monomio *simile*, avente come coefficiente la somma (differenza) dei coefficienti.	• $3a+2b$ non si può ulteriormente semplificare perché $3a$ e $2b$ non sono simili. • $3x+2x=(3+2)x=5x$ $3a-5a=(3-5)a=-2a$
Moltiplicazione	Si moltiplicano i coefficienti e si sommano gli esponenti delle lettere uguali.	$(-2a^2b^3)(-3a^2b^2)=(-2)\cdot(-3)a^{2+2}b^{3+2}=$ $=+6a^4b^5$
Divisione	Si dividono i coefficienti e si sottraggono gli esponenti delle lettere uguali. La divisione dà luogo a un monomio solo se tutte le lettere che compaiono nel divisore compaiono anche nel dividendo, con esponente maggiore o uguale.	$(-6a^2b^5):(-3a^2b^2)=[(-6):(-3)]a^{2-2}b^{5-2}=$ $=+2a^0b^3=+2b^3$
Potenza	Per elevare un monomio a n si eleva il coefficiente a n e si moltiplicano gli esponenti delle lettere per n.	$(-3a^2bc^3)^3=(-3)^3a^{2\cdot3}b^{1\cdot3}c^{3\cdot3}=$ $=-27a^6b^3c^9$

Espressioni di MONOMI– esempio svolto

I FONDAMENTALI

Semplificare un'espressione con i monomi

Semplifichiamo l'espressione:

$$(-2a^4c)^3:(-a^5c)^2-[(-3a^3b^4c^2):(ab^4c)+2a^2c]-\left(-\frac{1}{2}a\right)^4\cdot(-8c):(-a^2).$$

$(-2a^4c)^3:(-a^5c)^2-[(-3a^3b^4c^2):(ab^4c)+2a^2c]-\left(-\frac{1}{2}a\right)^4\cdot(-8c):(-a^2)=$ eseguiamo la divisione nella parentesi quadra e le potenze

$(-8a^{12}c^3):(+a^{10}c^2)-[-3a^2c+2a^2c]-\left(+\frac{1}{16}a^4\right)\cdot(-8c):(-a^2)=$ eseguiamo la prima divisione e la somma algebrica nella parentesi quadra

$-8a^2c-(-a^2c)-\left(+\frac{1}{16}a^4\right)\cdot(-8c):(-a^2)=$ eliminiamo la prima parentesi tonda ed eseguiamo il prodotto

$-8a^2c+a^2c-\left(-\frac{1}{2}a^4c\right):(-a^2)=$ eseguiamo la divisione

$-8a^2c+a^2c-\frac{1}{2}a^2c=$ sommiamo i monomi simili

$\left(-8+1-\frac{1}{2}\right)a^2c=-\frac{15}{2}a^2c$

Per semplificare un'espressione con i monomi, seguiamo le stesse *precedenze* studiate per le espressioni numeriche: prima le potenze, poi le moltiplicazioni e le divisioni, infine le addizioni e le sottrazioni. Le parentesi potrebbero modificare questo ordine.

Esercizi su espressioni di MONOMI

$2xy-[5x-(+3x)]-[-2x-(-4xy+2xy)]$ $[0]$

$3x^2y+x(-x)(-y)+x^2(-y)$ $[3x^2y]$

$6\left(-\frac{1}{36}x\right)-2x^2y\left(-\frac{1}{2}xy\right)+\frac{1}{6}x+4x^2y^2\left(-\frac{3}{2}x\right)$ $[-5x^3y^2]$

$a^5b^4\left(-\frac{3}{4}a\right)-\frac{8}{5}ab^3\left(\frac{15}{16}a^5b\right)+\frac{3}{2}a^4b^4(-2a^2)$ $\left[-\frac{21}{4}a^6b^4\right]$

$2a(-3a+2a)+(5a^4-8a^4):(3a^2)$ $[-3a^2]$

$\frac{7}{2}ay^3\cdot\left(\frac{4}{21}a^2y\right)+\left(\frac{1}{5}a^7y^8-2a^7y^8\right):(-15a^4y^4)-\frac{20}{25}a^3y^4$ $\left[-\frac{1}{75}a^3y^4\right]$

$(xyz)^3:z^2+(4xyz)^3:(z+4z+3z)^2$ $[2x^3y^3z]$

$5a^3:\left(\frac{5}{3}a\right)-3a\cdot(2a)-4a^2b:(3b)-6\cdot(a)^2$ $\left[-\frac{31}{3}a^2\right]$

$(x^2)(-x^2)^2:(x^2)+(3x-6x+7x)^2\cdot x^2$ $[17x^4]$

Addizione/sottrazione di POLINOMI (somme algebriche)

ESEMPIO

$(-2x+5y-1)-(x+y-2)+(x-2y)=$

$=-\underline{2x}+\underline{5y}-1-\cancel{x}-\underline{\underline{y}}+2+\cancel{x}-\underline{\underline{2y}}=$

$=-2x+2y+1$

METODO

1. Si tolgono le parentesi, applicando le ordinarie regole sui segni.
2. Si riducono gli eventuali termini simili.

Moltiplicazione di POLINOMI

ESEMPIO

$(2x+3)(x-3)=$

$=2x\cdot x+2x\cdot(-3)+3\cdot x+3\cdot(-3)=$

$=2x^2-\underline{6x}+\underline{3x}-9=$

$=2x^2-3x-9$

METODO

1. Si moltiplica ciascun termine del primo polinomio per tutti i termini del secondo (proprietà distributiva) e si sommano i prodotti parziali.
2. Si riducono gli eventuali termini simili.

FOCUS SUGLI ERRORI

Errori più comuni	Esempi di errore	Esempi corretti
non cambiare i segni di tutti i termini all'interno di una parentesi se davanti alla parentesi c'è un segno «–»	$(-2x+y)-(-x+2y)=$ $=-2x+y+x+2y$ Errato!	$(-2x+y)-(-x+2y)=$ $=-2x+y+x-2y$ Corretto
semplificare in modo scorretto i coefficienti nei prodotti tra un monomio e un polinomio o tra due polinomi	1. $\left(\frac{1}{\cancel{2}}x^3y^4\right)\cdot(\cancel{2}x-5y)=$ $=x^3y^4\cdot(x-5y)=x^4y^4-5x^3y^5$ 2. $(\cancel{2}a-\cancel{3}b)\cdot\left(\frac{1}{\cancel{4}}ab-\frac{1}{\cancel{6}}\right)=$ $=(a-b)\cdot\left(\frac{1}{2}ab-\frac{1}{2}\right)$ Errato!	1. $\left(\frac{1}{2}x^3y^4\right)\cdot(4x-5y)=$ $=2x^4y^4-\frac{5}{2}x^3y^5$ 2. $(2a-3b)\cdot\left(\frac{1}{4}ab-\frac{1}{6}\right)=$ $=\frac{1}{2}a^2b-\frac{1}{3}a-\frac{3}{4}ab^2+\frac{1}{2}b$ Corretto

Esercizi guidati sui polinomi

$(-2x+y)-(x-y)+(-x+y-1)=-2x+y-x\ .....\ y-x\ .....\ y-1=-4x+.....-.....$

cambia il segno
a **tutti** i termini
dentro le parentesi

$3a^2(a^3-a-1)=3a^2\cdot a^3+3a^2(-a)+3a^2(-1)=.........$

$(x-2y)(x+3y)=x\cdot x+x\cdot(3y)+(-2y)\cdot .....+(-2y)\cdot .....=.........$

$(x+1)(x-2)(x+3)=(x\cdot x-2x+.....-2)(x+3)=(x^2-.....-.....)(x+3)=$

$=x^2\cdot x+x^2\cdot 3-x\cdot x-x\cdot 3-.....\cdot x-.....\cdot 3=.........$

Esercizi su espressioni di polinomi

$(a-1)(1-a)+(a+2)(a+3)$ $\quad [7a+5]$

$(b^2+1)(-b)+(-b+1)(1-b^2)$ $\quad [-b^2-2b+1]$

$x(x+1)(x+2)+(x-1)(x-2)$ $\quad [x^3+4x^2-x+2]$

$(ab+1)(ab-a^2b^2)+(a^2b^2-ab)(ab+1)$ $\quad [0]$

$(4a+2b^2+a)-\left(\frac{1}{2}a+b\right)(-2a+1)+3(b+2)(-a)-b(2b-1-a)$ $\quad \left[a^2-\frac{3}{2}a\right]$

5) Equazioni di primo grado

Richiami di teoria sulle equazioni

Equazioni della forma $ax = b$

Le più semplici equazioni di primo grado nell'incognita x che si possono presentare sono quelle della forma:

$$ax = b$$

dove a e b sono numeri reali con $a \neq 0$.
Le equazioni di questo tipo si risolvono immediatamente: basta dividere i due membri dell'equazione per il coefficiente di x (secondo principio di equivalenza).
Per esempio:

$$3x = -2 \text{ equivale a } \frac{3x}{3} = \frac{-2}{3}, \text{ da cui } x = -\frac{2}{3}$$
$$-2x = 6 \text{ equivale a } \frac{-2x}{-2} = \frac{6}{-2}, \text{ da cui } x = -3$$

Schema per la risoluzione di un'equazione di primo grado

RISOLUZIONE DI EQUAZIONI NUMERICHE INTERE

Per risolverle, svolgiamo i calcoli nei due membri e usiamo i princìpi di equivalenza per giungere alla forma $ax = b$.

Distinguiamo poi tre casi.

$a \neq 0$ equazione determinata

$ax = b \to x = \frac{b}{a}$.

- $4x = -6 \quad \to \quad x = -\frac{3}{2}$

$a = 0$ e $b = 0$ equazione indeterminata

L'equazione è nella forma $0x = 0$.

- $3x + 2 + 4x = 7x + 2 \quad \to \quad 7x - 7x = 2 - 2 \quad \to$
  $0x = 0$, indeterminata.

$a = 0$ e $b \neq 0$ equazione impossibile

L'equazione è nella forma $0x = b$ con $b \neq 0$.

- $-3(2 + 3x) + 7 = -9x + 12 \quad \to \quad -6 - \cancel{9x} + 7 = -\cancel{9x} + 12 \quad \to$
  $-9x + 9x = 6 - 7 + 12 \quad \to$
  $0x = 11$, impossibile.

Esercizi sulle equazioni di primo grado

$3 - x = 8x; \quad 2x - 21 = -9.$ $\left[\frac{1}{3}; 6\right]$

$6x - 54 = 0; \quad -20x + 4 = 0.$ $\left[9; \frac{1}{5}\right]$

$3(1 - x) = 2(1 - x) + x + 3$ $[-1]$

$4x + 6 - 2(2x + 3) = 3(2x - 3)$ $\left[\frac{3}{2}\right]$

$4(x - 1) - x = 4x - 5$ [1]

$3x - (x + 2) = 2(x - 1)$ [indeterminata]

$2(x - 1) = 2x + 5$ [impossibile]

$5x(1 - x) + 3x = 6x - 5x^2$ [0]

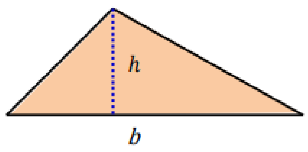
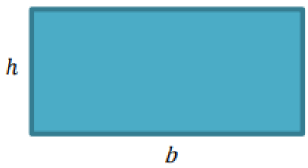
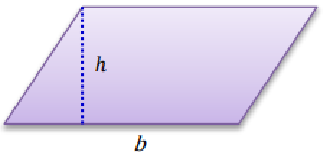
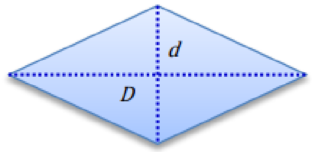
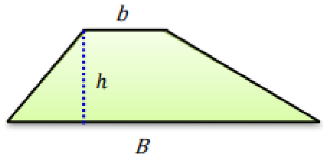
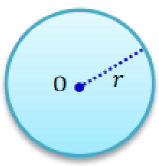
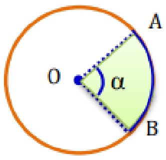
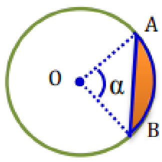
$(x + 3)(2x - 6) + 8 = 2(x^2 + 7)$ [impossibile]

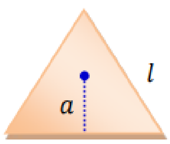
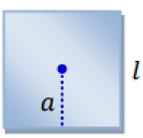
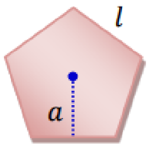
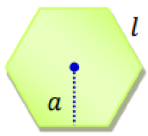
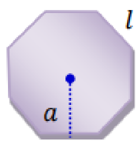
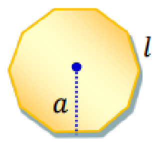
$\frac{x}{16} + \frac{1}{4} - \frac{3x}{2} = 1$ $\left[-\frac{12}{23}\right]$; $\frac{x - 2}{3} - 1 = \frac{5}{2}x$ $\left[-\frac{10}{13}\right]$

$\frac{x + 1}{2} = \frac{3x + 4}{4}$ $[-2]$; $\frac{4 + x}{2} + \frac{x - 1}{4} = \frac{x}{2}$ $[-7]$

6) BREVE RIPASSO DI GEOMETRIA

Area delle figure piane

triangolo	quadrato	rettangolo
		
$\mathcal{A} = \frac{b \cdot h}{2}$	$\mathcal{A} = l^2$	$\mathcal{A} = b \cdot h$
parallelogramma	**rombo**	**trapezio**
		
$\mathcal{A} = b \cdot h$	$\mathcal{A} = \frac{D \cdot d}{2}$	$\mathcal{A} = \frac{(B + b) \cdot h}{2}$
cerchio	**settore circolare**	**segmento circolare ad una base**
		
$\mathcal{A} = \pi \cdot r^2$ — *lunghezza circonferenza* $l = 2 \cdot \pi \cdot r$	$\mathcal{A} = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot \alpha°}{360°}$ — *lunghezza arco AB* $\widehat{AB} = \frac{l \cdot \alpha°}{360°}$	$\mathcal{A} = \mathcal{A}_{settore\ circolare} - \mathcal{A}_{triangolo AOB}$

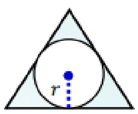
poligoni regolari					
triangolo equilatero	*quadrato*	*pentagono*	*esagono*	*ottagono*	*decagono*
					

sia: $\boldsymbol{p}$ il **semi**perimetro, $\boldsymbol{l}$ il lato, $\boldsymbol{a}$ l'apotema (cioè il segmento che dal centro cade perpendicolarmente ad un lato)

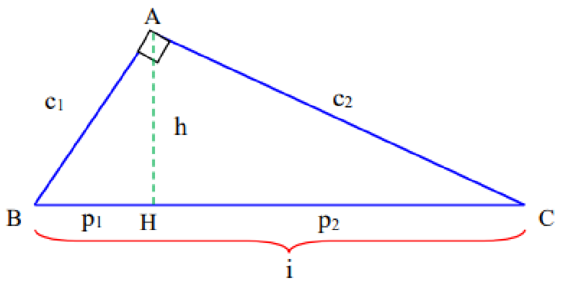
$$\mathcal{A} = p \cdot a$$

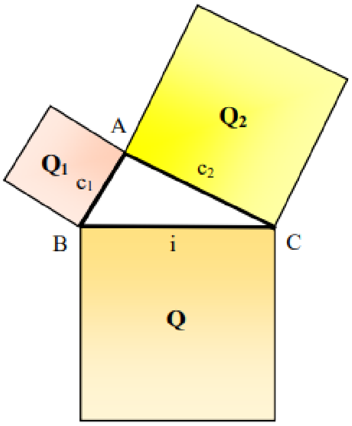
- l'apotema $\boldsymbol{a}$ di un poligono regolare coincide con il raggio della circonferenza inscritta al poligono: $a = r$
- l'apotema si può calcolare moltiplicando la lunghezza di un lato per un numero fisso f

$$a = l \cdot f$$

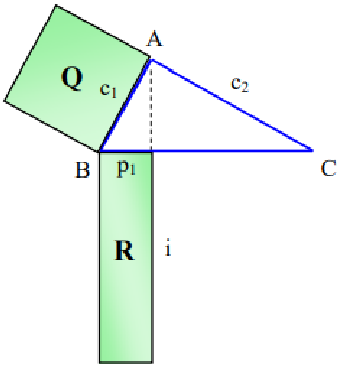


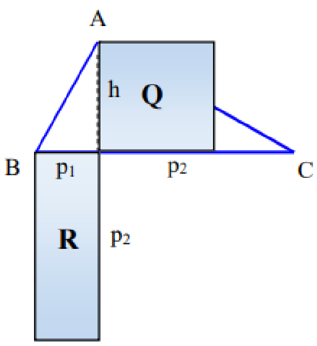
Teorema di Pitagora

<table>
<tr><th colspan="2">nomenclatura</th></tr>
<tr><td>
</td><td>considerato un triangolo rettangolo ABC
BC = i = ipotenusa
AB = c_1 = primo cateto
AC = c_2 = secondo cateto
AH = h = altezza relativa all'ipotenusa
BH = p_1 = proiezione di c_1 sull'ipotenusa
HC = p_2 = proiezione di c_2 sull'ipotenusa</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th colspan="3">teorema di Pitagora</th></tr>
<tr><td rowspan="3">
</td><td>enunciato secondo l'equivalenza</td><td>enunciato in formula</td></tr>
<tr><td>in un triangolo rettangolo il quadrato costruito sull'ipotenusa è equivalente alla somma dei quadrati costruiti sui cateti:</td><td>in un triangolo rettangolo l'ipotenusa al quadrato è uguale alla somma dei quadrati dei cateti:</td></tr>
<tr><td>$Q \doteq Q_1 + Q_2$</td><td>$i^2 = c_1^2 + c_2^2$</td></tr>
</table>

Teoremi di Euclide

<table>
<tr><th colspan="3">primo teorema di Euclide</th></tr>
<tr><td rowspan="3">
</td><td>enunciato secondo l'equivalenza</td><td>enunciato secondo la similitudine</td></tr>
<tr><td>in un triangolo rettangolo il quadrato costruito su un cateto è equivalente al rettangolo che ha per dimensioni la proiezione del cateto sull'ipotenusa e l'ipotenusa stessa:</td><td>in un triangolo rettangolo un cateto è medio proporzionale tra la proiezione del cateto sull'ipotenusa e l'ipotenusa stessa:</td></tr>
<tr><td>$Q \doteq R$</td><td>$p_1 : c_1 = c_1 : i$</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th colspan="3">secondo teorema di Euclide</th></tr>
<tr><td rowspan="3">
</td><td>enunciato secondo l'equivalenza</td><td>enunciato secondo la similitudine</td></tr>
<tr><td>in un triangolo rettangolo il quadrato costruito sull'altezza relativa all'ipotenusa è equivalente al rettangolo che ha per dimensioni le proiezioni dei cateti sull'ipotenusa:</td><td>in un triangolo rettangolo l'altezza relativa all'ipotenusa è media proporzionale tra le proiezioni dei cateti sull'ipotenusa:</td></tr>
<tr><td>$Q \doteq R$</td><td>$p_1 : h = h : p_2$</td></tr>
</table>